

Marius Perianu

Cătălin Stănică

Ştefan Smărăndoiu

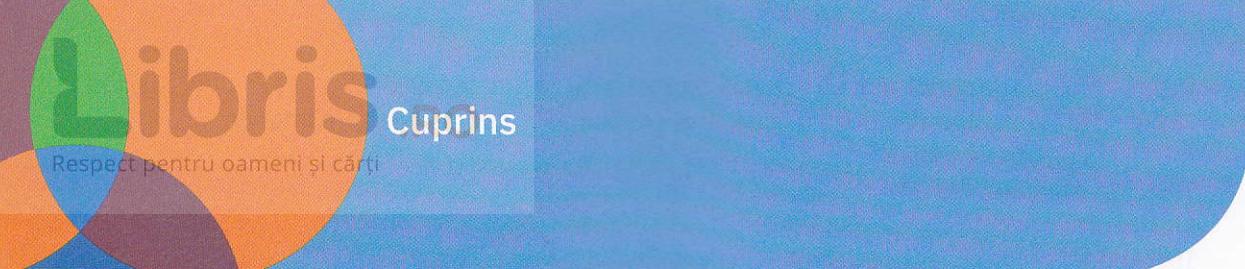
Ioan Balica

# Matematică

Clasa a V-a

II

**art**  
educational



## Algebra

### I. Fracții ordinare

I.1.	Fracții ordinare. Noțiuni introductive .....	8
I.2.	Clasificarea fracțiilor ordinare .....	12
I.3.	Fracții echivalente .....	17
I.4.	Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile .....	20
Teste de evaluare .....		27
Fișă pentru portofoliul individual (A1) .....		29
I.5.	Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor .....	31
I.6.	Compararea și ordonarea fracțiilor ordinare .....	34
I.7.	Adunarea fracțiilor ordinare .....	37
I.8.	Scăderea fracțiilor ordinare .....	41
Teste de evaluare .....		45
Fișă pentru portofoliul individual (A2) .....		47
I.9.	Înmulțirea fracțiilor ordinare .....	49
I.10.	Împărțirea fracțiilor ordinare .....	52
I.11.	Ridicarea la putere a unei fracții ordinare. Reguli de calcul cu puteri .....	54
Teste de evaluare .....		57
Fișă pentru portofoliul individual (A3) .....		59
I.12.	Fracții/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinată .....	61
Teste de evaluare .....		65
Fișă pentru portofoliul individual (A4) .....		67
Test-model pentru Evaluarea Națională de la finalul clasei a VI-a .....		69

### II. Fracții zecimale

II.1.	Scrierea fracțiilor ordinare cu numitorii puteri ale lui 10 sub formă zecimală. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinată .....	74
II.2.	Compararea, ordonarea, reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale. Aproximări .....	78
II.3.	Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule .....	83
Teste de evaluare .....		89
Fișă pentru portofoliul individual (A5) .....		91
II.4.	Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule .....	93
II.5.	Ridicarea la putere cu exponent natural a unei fracții zecimale care are un număr finit de zecimale nenule .....	97
Teste de evaluare .....		100
Fișă pentru portofoliul individual (A6) .....		101
II.6.	Împărțirea numerelor naturale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate .....	103
II.7.	Împărțirea a două fracții zecimale .....	108
II.8.	Ordinea efectuării operațiilor. Aproximări .....	113
Teste de evaluare .....		118
Fișă pentru portofoliul individual (A7) .....		119

II.9.	Media aritmetică a două sau mai multe fracții zecimale finite .....	121
II.10.	Metode aritmétice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură .....	124
	Teste de evaluare .....	126
	Fișă pentru portofoliul individual (A8) .....	127
	Test-model pentru Evaluarea Națională de la finalul clasei a VI-a .....	129
II.11.	Probleme cu caracter aplicativ .....	131
II.12.	Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....	135

## Geometrie

### III. Elemente de geometrie

III.1.	Punctul. Dreapta. Planul .....	140
III.2.	Semidreapta. Semiplanul .....	145
III.3.	Segmentul de dreaptă .....	149
III.4.	Pozitiiile relative a două drepte .....	151
III.5.	Lungimea unui segment .....	154
	Teste de evaluare .....	159
	Fișă pentru portofoliul individual (G1) .....	161
	Test-model pentru Evaluarea Națională de la finalul clasei a VI-a .....	163
III.6.	Unghiul .....	165
III.7.	Clasificarea unghiurilor .....	170
III.8.	Probleme cu caracter aplicativ .....	172
III.9.	Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....	175

### IV. Unități de măsură

IV.1.	Unități de măsură pentru lungime. Perimetru. Transformări .....	178
IV.2.	Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și a dreptunghiului. Transformări .....	181
IV.3.	Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic. Transformări .....	185
	Teste de evaluare .....	189
	Fișă pentru portofoliul individual (G2) .....	193
	Test-model pentru Evaluarea Națională de la finalul clasei a VI-a .....	195
IV.4.	Probleme cu caracter aplicativ .....	197
IV.5.	Probleme pentru performanță școlară și olimpiade .....	200

### V. Subiecte pentru evaluările finale

	Variante de subiecte pentru teză .....	206
	Variante de subiecte pentru evaluarea finală .....	211
	Teste-model pentru Evaluarea Națională de la finalul clasei a VI-a .....	215

### Soluții

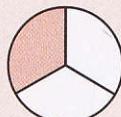
	.....	221
--	-------	-----

O parte dintr-un întreg, împărțit în părți egale, se numește *unitate fracționară*.

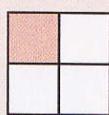
**Exemplu:** Partea colorată din următoarele figuri reprezintă:



*o doime sau o jumătate sau unu pe doi; se scrie  $\frac{1}{2}$ .*



*o treime sau unu pe trei; se scrie  $\frac{1}{3}$ .*



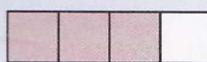
*o patrime sau un sfert sau unu pe patru; se scrie  $\frac{1}{4}$ .*

Una sau mai multe unități fracționare se numește *fracție*. Forma generală a fracției este  $\frac{a}{b}$ , unde  $a, b$  sunt numere naturale și  $b \neq 0$ .

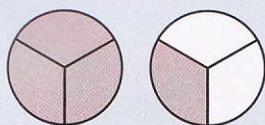
Numărul  $a$  se numește *numărător* și arată câte unități fracționare s-au luat; numărul  $b$  se numește *numitor* și arată în câte părți egale a fost împărțit întregul; linia orizontală (sau oblică) se numește *linie de fracție*.

*Fracția este o pereche de numere naturale,  $a$  și  $b$ , scrisă sub forma  $\frac{a}{b}$  sau  $a/b$ ,  $b \neq 0$ .*

**Exemplu:** Partea colorată din următoarele figuri reprezintă:



$\frac{3}{4}$ ; citim *trei patrimi sau trei supra patru sau trei pe patru*.



$\frac{4}{3}$ ; citim *patru treimi sau patru supra trei sau patru pe trei*.

## Exercitare



1 Scrieti sub formă de fracție:

- |              |                |                 |
|--------------|----------------|-----------------|
| a o patrime; | d o treime;    | g o miime;      |
| b o șesime;  | e o sutime;    | h o milionime;  |
| c o zecime;  | f trei optimi; | i două cincimi. |

2 Citiți următoarele fracții:

- a  $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{40}, \frac{1}{19}, \frac{1}{17}, \frac{1}{1000\,000}$ ;  
 b  $\frac{2}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{9}, \frac{3}{4}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{10}{15}, \frac{16}{23}, \frac{24}{10}, \frac{15}{8}, \frac{13}{8}, \frac{12}{7}$ .

3 Reprezentați prin desene următoarele fracții:  $\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}$ .

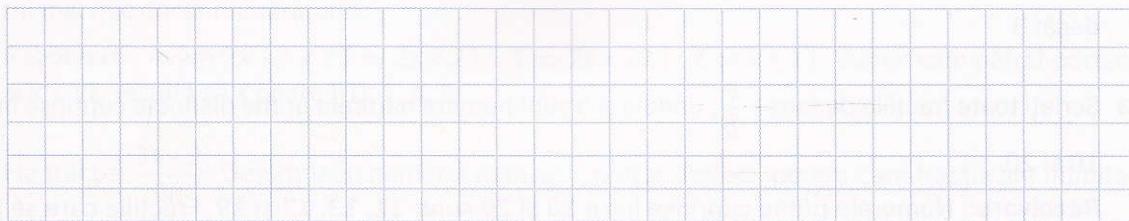
Respect pentru oameni și cărti

4 Scrieți sub formă de fracție:

- |                  |                  |                               |
|------------------|------------------|-------------------------------|
| a trei noimi;    | d opt zecimi;    | g cinci cincimi;              |
| b cinci săsimi;  | e patru cincimi; | h treizeci șișapte de sutimi; |
| c șapte pătrimi; | f șase pătrimi;  | i patru optimi.               |

**Rezolvare:** a Trei noimi se scrie  $\frac{3}{9}$ .

Rezolvă problema chiar aici:



5 Reprezentați, în desene diferite, fracțiile  $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{2}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$  din întregul următor:

--

6 Desenați un pătrat cu latura de 3 cm. Colorați cu roșu  $\frac{2}{3}$  din el și cu verde  $\frac{1}{3}$  din el.

7 Desenați un dreptunghi cu dimensiunile de 6 cm și 4 cm. Colorați din acest dreptunghi fracțiile

$$\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{24}, \frac{3}{12}, \frac{1}{2}.$$

8 Scrieți în tabelul de mai jos fracția reprezentată de partea hașurată din desen, ca în exemplul de la d:

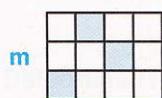
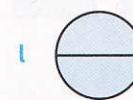
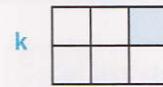
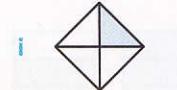
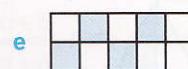


figura	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
fracția				$\frac{2}{8}$									



Respect pentru oameni și cărți

**9** Citiți următoarele fracții:  $\frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}, \frac{8}{7}, \frac{30}{42}, \frac{9}{16}, \frac{48}{50}, \frac{103}{207}, \frac{83}{96}, \frac{a}{b}, \frac{2x}{5y}$ .

**10** Folosind câte două dintre numerele 3, 5, 7, scrieți toate fracțiiile posibile.

**11** Folosind câte două dintre numerele 6, 4, 10, scrieți toate fracțiiile posibile.

**12** Scrieți toate fracțiiile de formă  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale mai mici decât 6 și mai mari decât 3.

**13** Scrieți toate fracțiiile de formă  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale prime distincte cuprinse între 10 și 20.

**Rezolvare:** Numerele prime cuprinse între 10 și 20 sunt: 11, 13, 17 și 19. Fracțiiile care se pot scrie cu aceste numere sunt:  $\frac{11}{13}, \frac{11}{17}, \frac{11}{19}, \frac{13}{11}, \frac{13}{17}, \frac{13}{19}, \frac{17}{11}, \frac{17}{13}, \frac{17}{19}, \frac{19}{11}, \frac{19}{13}, \frac{19}{17}$ .

**14** Scrieți toate fracțiiile de formă  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere naturale prime diferite, cuprinse între 20 și 40.

**15** Scrieți în tabelul de mai jos fracția reprezentată de partea hașurată din desen, ca în exemplul **h**:

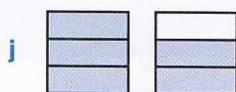
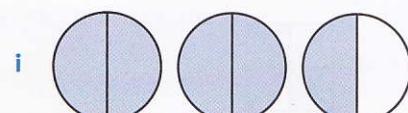
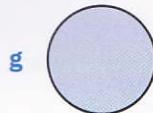
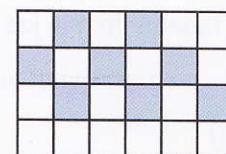
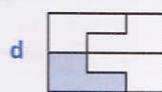
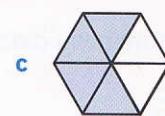
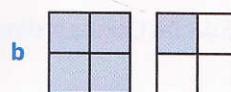
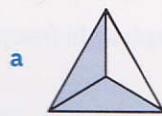


figura	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
fracția								$\frac{3}{6}$			

**16** Scrieți toate fracțiiile care îndeplinesc, simultan, condițiile:

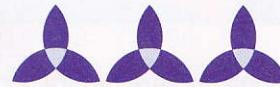
- numărătorul este o cifră pară, nenulă;
- numitorul este o cifră cu cel puțin 3 mai mare decât numărătorul.

- 17** Scrieți toate fracțiile de formă  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  este divizor al lui 12 și  $b$  este divizor al lui 35.

Respect pentru oameni și cărți

- 18** Scrieți toate fracțiile de formă  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere prime cuprinse între 25 și 45, iar  $a < b$ .

## Aprofundare



- 19** Fie fracția  $\frac{23}{2x+1}$ . Determinați numărul natural  $x$ , pătrat perfect, pentru care fracția are numitorul mai mic decât numărătorul.

**Rezolvare:** Avem  $2x+1 < 23 \Leftrightarrow 2x < 23 - 1 \Leftrightarrow 2x < 22 | : 2 \Leftrightarrow x < 11$ . Cum  $x$  este pătrat perfect și  $x < 11$ , rezultă că  $x$  poate fi 0, 1, 4, 9.

- 20** Fie fracția  $\frac{3x+2}{98}$ . Determinați numărul natural  $x$ , pătrat perfect, pentru care fracția are numitorul mai mare decât numărătorul.

- 21** Scrieți toate fracțiile  $\frac{a}{b}$ , unde  $a$  este pătratul unui număr natural,  $b$  este cubul unui număr natural și  $0 < a < 37$ ,  $0 < b < 38$ .

- 22** Scrieți toate fracțiile care îndeplinesc, simultan, condițiile:

- numărătorul este o cifră impară;
- numitorul este o cifră pară nenulă mai mare decât numărătorul cu cel mult 5.

**Rezolvă problema chiar aici:**

- 23** Determinați numărul fracțiilor de formă  $\frac{\overline{ab}+5}{ba+6}$ , care au proprietatea că suma dintre numărător și numitor este pătrat perfect.

## Probleme de șapte stele



- 24** Determinați numărul perechilor de fracții  $\left(\frac{a}{b}; \frac{c}{d}\right)$  astfel încât  $a \cdot a = b \cdot c = 6$ .

- 25** Determinați numărul fracțiilor de formă  $\frac{1}{ab+bc+ca}$ .

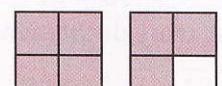
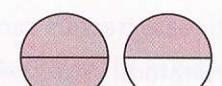
- 26 a** Determinați numărul fracțiilor de formă  $\frac{128}{ab}$ .

- b** Dintre fracțiile găsite la punctul anterior, aflați-le pe cele care au proprietatea că numărătorul și numitorul au cel puțin un divizor comun mai mare sau egal cu 2.

Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale, cu  $b \neq 0$ . Fracția  $\frac{a}{b}$  se numește:

- *echiunitară*, dacă  $a = b$  (numărătorul este egal cu numitorul);
- *subunitară*, dacă  $a < b$  (numărătorul este mai mic decât numitorul);
- *supraunitară*, dacă  $a > b$  (numărătorul este mai mare decât numitorul).

### Exemple:

Fracții echiunitare	Fracții subunitare	Fracții supraunitare
 $\frac{4}{4}$ (patru pătrimi)	 $\frac{1}{4}$ (o pătrime)	 $\frac{7}{4}$ (șapte pătrimi)
 $\frac{2}{3}$ (trei treimi)	 $\frac{3}{5}$ (trei cincimi)	 $\frac{3}{2}$ (trei doimi)
$\frac{8}{8}, \frac{11}{11}, \frac{23}{23}, \frac{100}{100}, \frac{205}{205}$	$\frac{7}{10}, \frac{1}{13}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{307}{3008}$	$\frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{8}{6}, \frac{8}{7}, \frac{100}{25}$

### Exesare



1 Completați numărătorul sau numitorul lipsă, astfel încât să obțineți fracții echiunitare:

$$\frac{6}{\square}, \frac{11}{\square}, \frac{\square}{13}, \frac{10}{\square}, \frac{13}{\square}, \frac{\square}{25}, \frac{\square}{103}.$$

2 Dați câte trei exemple de:

- fracții echiunitare;
- fracții subunitare cu numărătorul 7;
- fracții subunitare cu numitorul 12;
- fracții supraunitare cu numitorul 10;
- fracții supraunitare cu numărătorul 20.

3 Scrieți fracțiile echiunitare, fracțiile subunitare și fracțiile supraunitare din sirul de fracții:

$$\frac{3}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{7}, \frac{8}{4}, \frac{3}{5}, \frac{11}{12}, \frac{9}{8}, \frac{9}{10}, \frac{14}{20}, \frac{31}{30}, \frac{90}{91}, \frac{103}{33}, \frac{405}{504}.$$

4 În următorul șir de fracții, subliniați-le pe cele supraunitare:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{5}{3}, \frac{5}{6}, \frac{17}{16}, \frac{23}{20}, \frac{41}{43}, \frac{70}{60}, \frac{51}{41}, \frac{83}{15}, \frac{99}{103}, \frac{86}{68}, \frac{15}{105}.$$

Respect pentru oameni și cărți

5 În următoarea secvență de fracții, subliniați cu o linie fracțiile subunitare și cu două linii pe cele supraunitare:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \underline{\underline{-}}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{10}, \frac{9}{10}, \frac{23}{15}, \frac{54}{27}, \frac{18}{41}, \frac{43}{43}, \frac{72}{71}, \frac{86}{86}, \frac{97}{79}.$$

6 Aflați, în fiecare caz, numărul natural  $x$  pentru care fracțiile următoare sunt echiunitare:

a)  $\frac{x}{4}$ ;

b)  $\frac{x+1}{7}$ ;

c)  $\frac{x-2}{10}$ ;

d)  $\frac{6}{2x}$ ;

e)  $\frac{14}{x+2}$ ;

f)  $\frac{23}{x-1}$ ;

g)  $\frac{104}{20x+4}$ ;

h)  $\frac{3x+2}{2x+3}$ .

7 Determinați, în fiecare caz, valorile numărului natural  $x$  pentru care fracțiile următoare sunt supraunitare:

a)  $\frac{4}{x}$ ;

b)  $\frac{x+1}{7}$ ;

c)  $\frac{x-2}{10}$ ;

d)  $\frac{6}{2x}$ .

8 Aflați numărul natural  $x$  pentru care fracțiile următoare sunt subunitare:

a)  $\frac{x}{3}$ ;

b)  $\frac{x+12}{17}$ ;

c)  $\frac{11}{x-2}$ ;

d)  $\frac{13}{4x}$ .

9 Indicați patru numere naturale care, puse în locul lui  $x$  în fracția  $\frac{x}{13}$ , determină o fracție subunitară.

**Rezolvare:** Fracția este subunitară dacă numărătorul este mai mic decât numitorul, adică  $x < 13$ . Prin urmare  $x$  poate fi unul dintre numerele 0, 1, 2, ..., 12. Putem lua oricare patru dintre aceste valori; spre exemplu, pentru  $x = 2$ ,  $x = 5$ ,  $x = 8$  și  $x = 11$  se obțin fracțiile subunitare  $\frac{2}{13}$ ,  $\frac{5}{13}$ ,  $\frac{8}{13}$  și  $\frac{11}{13}$ .

10 Arătați că fracția  $\frac{\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}}{\overline{ac} + \overline{cb} + \overline{ba}}$  este echiunitară.

11 Pentru câte numere naturale  $n$  fracția  $\frac{8}{n+1}$  este supraunitară?

12 Se consideră fracțiile:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{5}{5}, \frac{3}{7}, \frac{8}{6}, \frac{7}{3}, \frac{6}{8}, \frac{9}{8}, \frac{8}{10}, \frac{8}{12}, \frac{9}{9}, \frac{11}{13}, \frac{14}{14}, \frac{15}{12}, \frac{23}{14}, \frac{39}{93}, \frac{74}{47}, \frac{103}{81}, \frac{205}{502}.$$

Selectați dintre acestea:

a) fracțiile subunitare;    b) fracțiile echiunitare;    c) fracțiile supraunitare.

## Consolidare



13 Care dintre următoarele fracții sunt subunitare:  $\frac{1}{7}, \frac{5}{3}, \frac{4}{4}, \frac{4}{6}, \frac{9}{8}, \frac{7}{8}, \frac{20}{3}, \frac{31}{15}$ ?

14 Care dintre următoarele fracții sunt supraunitare:  $\frac{2}{5}, \frac{6}{3}, \frac{8}{7}, \frac{5}{5}, \frac{3}{12}, \frac{13}{10}, \frac{71}{59}, \frac{60}{90}$ ?

Respect pentru ca toate să devină, după modificare, fractii echivalente?

- 16** Pentru câte numere naturale  $n$  fracția  $\frac{n+3}{27}$  este subunitară?

- 17** Determinați numerele naturale  $n$  care verifică simultan condițiile:

a  $\frac{n+1}{5}$  este fractie supraunitara; b  $\frac{n+7}{20}$  este fractie subunitara.

**Rezolvare:** Fracția  $\frac{n+1}{5}$  este supraunitară dacă  $n+1 > 5$ , adică  $n > 4$ . Fracția  $\frac{n+7}{20}$  este sub-unitară dacă  $n+7 < 20$ , adică  $n < 13$ . Obținem  $4 < n < 13$ , deci  $n$  poate lua valorile 5, 6, 7, ..., 11, 12.

- 18** Determinați numerele naturale  $n$  care verifică simultan condițiile:

a)  $\frac{n+2}{15}$  este fracție subunitară; b)  $\frac{n+1}{7}$  este fracție supraunitară.

- 19** Folosind ca numitor și numărători oricare două dintre numerele 3, 5, 6 și 9, scrieți toate fractiile:

**a** subunitare; **b** supraunitare.

- 20** Subliniați fractiile subunitare:

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{4}, \frac{8}{18}, \frac{23}{21}, \frac{6}{4}, \frac{8}{10}, \frac{3}{13}, \frac{50}{25}, \frac{16}{32}, \frac{8}{40}, \frac{47}{47}, \frac{302}{120}, \frac{a}{5a}.$$

- 21** Câte numere naturale  $n$  există astfel încât fractia  $\frac{17}{2n+3}$  să fie supraunitară?

- 22** Dați exemplu de o fracție echivalentă care să aibă la numărător cubul unui număr natural, iar la numitor pătratul unui număr natural.

**Rezolvă problema chiar aici:**

- 23 Determinați numerele naturale nenule  $a$  și  $b$  astfel încât  $\frac{a+b}{6}$  să fie echivalentă.

- 24** Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$  pentru care fracția  $\frac{2a+3b}{12}$  este:

**a** echiuunitară; **b** subunitară.

- 25** Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$ , nu ambele nule, astfel încât fracția  $\frac{35}{2a+7b}$  să fie echivalentă cu  $\frac{1}{2}$ , iar suma  $a+b$  să fie minimă.

**Rezolvare:** Fracția  $\frac{35}{2a+7b}$  este echivalentă dacă  $2a + 7b = 35$ . Atunci  $b$  este număr impar (dacă  $b$  ar fi par, suma  $2a + 7b$  ar fi și ea număr par, deci nu poate fi egală cu 35).

- Dacă  $b = 1 \Rightarrow 2a + 7 = 35 \Rightarrow a = 14 \Rightarrow a + b = 15$ .
  - Dacă  $b = 3 \Rightarrow 2a + 21 = 35 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow a + b = 10$ .
  - Dacă  $b = 5 \Rightarrow 2a + 35 = 35 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a + b = 5$ .
  - Dacă  $b > 5$ , atunci fractia nu mai este echivalentă.

Numerele cerute sunt  $a = 0$  și  $b = 5$ .

Numerele cerute sunt  $a = 0$  și  $b = 5$ .

- 26** Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$ , nu ambele nule, astfel încât fracția  $\frac{53}{4a+3b}$  să fie echivalentă și suma  $a+b$  să fie maximă.

**Rezolvă problema chiar aici:**

## Aprofundare



- 27** a Determinați numerele naturale  $a, b, c$  astfel încât fracția  $\frac{4}{a^2 + b^2 + c^2}$  să fie supraunitară.

b Determinați numerele naturale  $a, b, c$ , astfel încât fracția  $\frac{5}{a^2 + b^2 + c^2}$  să fie echiunitară.

c Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$  pentru care fractia  $\frac{9}{a^2 + b^2 + 1}$  este echiunitară.

**Rezolvare:** a) Fracția dată este supraunitară dacă  $4 > a^2 + b^2 + c^2$ . Numerele  $a, b, c$  pot fi cel mult egale cu 1, dar nu pot fi toate egale cu 0. Cazurile se pot organiza în tabelul:

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	Discuție
1	1	1	toate sunt egale cu 1
1	1	0	
1	0	1	două dintre numerele $a, b, c$ sunt egale cu 1 și al treilea este egal cu 0
0	1	1	
1	0	0	
0	1	0	două dintre numerele $a, b, c$ sunt egale cu 0 și al treilea este egal cu 1
0	0	1	

- 28** a Determinați fracțiile subunitare de forma  $\frac{\overline{x6}}{3y}$  știind că numărătorul  $\overline{x6}$  este pătrat perfect, iar numitorul  $\overline{3y}$  este număr prim.

b Determinați fracțiile supraunitare de forma  $\frac{\overline{6x}}{\overline{y7}}$ , știind că numărătorul  $\overline{6x}$  este pătrat perfect, iar numitorul  $\overline{y7}$  este număr prim.

**Rezolvare:** a) Fracția  $\frac{\overline{x6}}{3\overline{y}}$  este subunitară dacă  $\overline{x6} < \overline{3y}$ , de unde  $x = 1$  sau  $x = 2$ . Pentru  $x = 1$ ,

rezultă  $\overline{x6} = 16 = 4^2$ , iar pentru  $x = 2$ , numărul  $\overline{x6} = 26$  nu este patrat perfect. Numerele prime de forma  $\overline{3y}$  sunt 31 și 37. Fracțiile căutate sunt  $\frac{16}{31}$  și  $\frac{16}{37}$ .

- 29** Andrei scrie pe tablă toate fracțiile de formă  $\frac{a}{8}$ , cu proprietatea că  $a \mid 8$ . Bianca scrie toate frac-

țiile de formă  $\frac{8}{b}$ , cu proprietatea că  $b \mid 8$ . Corina scrie toate fracțiile de formă  $\frac{a}{b}$ , unde  $a \mid 4$  și  $b \mid 6$ .

Determinați fracțiile echivalentare, fracțiile subunitare și fracțiile supraunitare scrise de fiecare dintre cei trei copii.

- 30** Fie sirul de fracții ordinare:

$$\frac{1}{2017}, \frac{2}{2016}, \frac{3}{2015}, \frac{4}{2014}, \dots, \frac{2015}{3}, \frac{2016}{2}, \frac{2017}{1}.$$

Scripteți fracțiile echivalentare, fracțiile subunitare și fracțiile supraunitare din acest sir.

## Probleme de șapte stele



- 31 a** Știind că fracția  $\frac{\overline{ab5} + 12}{2\overline{ab} + 123}$  este echivalentă, determinați  $a + b$ .

- b** Știind că fracția  $\frac{\overline{ab5} + 12}{2\overline{ab} + 123}$  este subunitară, determinați valoarea maximă a sumei  $a + b$ .

- 32** Arătați că fracția  $\frac{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{2010}}{(32^{1608})^{251}}$  este supraunitară.

- 33** Fie secvența de fracții  $\frac{1}{1}; \frac{2}{1}; \frac{1}{2}; \frac{3}{1}; \frac{2}{1}; \frac{1}{2}; \frac{4}{1}; \frac{3}{2}; \frac{2}{3}; \frac{1}{4}; \dots; \frac{20}{24}$ .

**a** Determinați numărul termenilor secvenței date.

**b** Determinați numărul fracțiilor subunitare din secvența dată.

**c** Determinați numărul fracțiilor supraunitare din secvența dată.